九章算經

九章筭經卷第一

魏　劉徽　注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉　勑注釋

方田　以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

荅曰一百六十八步　圖從十四廣十二

術曰廣從步數相乘得積步此積謂凡廣從相乘謂之冪　臣淳風等謹按經云廣從相乘得積步注云廣從相乘謂之冪觀斯注意積冪義同以理推之固當不爾何則冪是方面單布之名積乃眾數聚居之稱循名責實二者全殊雖欲同之竊恐不可今以凡言冪者據廣從之一方其言積者舉眾步之都數經云相乘得積步即是都數之明文注云謂之為冪全乖積步之本意此經注前云積為田冪於理得通復云謂之為冪冪繁而不當今者注釋存善去非略為科簡遺諸後學

以畝法二百四十步除之即畝數百畝為一頃臣淳風等謹按此為篇端故特舉頃畝二法餘術不復言者從此可知

一畝田廣十五步從而疏之令爲十五行即每行廣一步而從十六步又横而截之令爲十六行即每行廣一步而從十五步此即從疏横截之步各自爲方凡有二百四十步爲一畝之地步數正同以此言之即廣從相乘得積驗矣二百四十步者畝法也百畝者頃法也故以除之即得

今有田廣一里從一里問爲田幾何

荅曰三頃七十五畝

又有田廣二里從三里問爲田幾何

荅曰二十二頃五十畝

里田

術曰廣從里數相乘得積里以三百七十五乘之即畝數按此術廣從里數相乘得積里故方里之中有三頃七十五畝故以乘之即得畝數也

今有十八分之十二問約之得幾何

荅曰三分之二

又有九十一分之四十九問約之得幾何

荅曰十三分之七

約分按約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數繁則難用設有四分之二者繁而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲

數亦同歸爾法實相推動有參差故爲術者先治諸分

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之等數約之即除也其所以相減者皆等數之重疊故以等數約之

今有三分之一五分之二問合之得幾何

荅曰十五分之十一

又有三分之二七分之四九分之五問合之得幾何

荅曰得一六十三分之五十

又有二分之一三分之二四分之三五分之四

問合之得幾何

荅曰得二六十分之四十三

合分 臣淳風等謹按合分知數非一端分無定準諸分子雜互羣母參差麤細既殊理難從一故齊其衆分同其羣母令可相井故曰合分

術曰母互乘子并以爲實母相乘爲法 母互乘子約而言之者其分麤繁而言之者其分細雖則麤細有殊然其實一也衆分錯難非細不會乘而散之所以通之通之則可并也凡母互乘子謂之齊羣母相乘謂之同同者相與通同共一母也齊者子與母齊勢不可失本數也方以類聚物以羣

分數同類者無遠數異類者無近遠而通體知雖異位而相從也近而殊形知雖同列而相違也然則齊同之術要矣錯綜度數動之斯諧其猶佩觿解結無往而不理焉乘以散之約以聚之齊同以通之此其筭之綱紀乎其一術者可令母除爲率率乘子爲齊

實如法而一不滿法者以法命之

今欲求其實故齊其子又同其母令如母而一其餘以等數約之即得知所謂同法爲母實餘爲子皆從此例

其母同者直相從之

今有九分之八減其五分之一問餘幾何

荅曰四十五分之三十一

又有四分之三減其三分之一問餘幾何

荅曰十二分之五

減分　臣淳風等謹按諸分子母數各不同以少減多欲知餘幾減餘爲實故曰減分

術曰母互乗子以少減多餘爲實母相乗爲法實如法而一　母互乗子者知以齊其子也以少減多者知齊其故可相減也母相乗爲法者同其母母同子齊故如母而一即得

今有八分之五二十五分之十六問孰多多幾何

荅曰二十五分之十六多多二百分

之三

又有九分之八七分之六問孰多多幾何

荅曰九分之八多六十三分之二

又有二十一分之八五十分之十七問孰多多幾

何

荅曰二十一分之八多多一千五十

分之四十三

課分臣淳風等謹按分各異名理不齊一校其相多之數故曰課分也

術曰母互乗子以少減多餘爲實母相乗

爲法實如法而一即相多也臣淳風等謹按此術母互乘子以少分減多分按此術多與減分義同唯相多之數意共減分有異減分知求其餘數有幾課分知以其餘數相多也

今有三分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平

答曰減四分之三者二三分之二者一并以益三分之一而各平於十二分之七

又有二分之一三分之二四分之三問減多益

少多幾何而平

荅曰減三分之二者一四分之三者四并以益二分之一而各平於三十六分之二十三

平分臣淳風等謹按平分知諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分也

術曰母互乘子齊其子也副并爲平實臣淳風等謹按母互乘子副并爲平實知定此平實主限衆子所當損益知限爲平母相乘爲法母相乘爲法知亦齊其子又同其母以列數乘未并者

各自爲列實亦以列數乘法此當副并列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊 臣淳風等謹又按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可預定多少故直云列數而已以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何

荅曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四

分錢之三問人得幾何

荅曰人得二錢八分錢之一

經分臣淳風等謹按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也

術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一

有分者通之母互乘子知齊其子母相乘者同其母以母通之者分母乘全內子乘散全則爲積分積分則與分子相通之故可令相從凡數相與者謂之率率知自相與通有分則可散分重疊則約也等除法實相與率也故散分者必令兩分母相乘法實也重有分者同而通之又以法分母乘實實

分母乘法此謂法實俱有分故令分母各乘全分內子又令分母互乘上下

今有田廣七分步之四從五分步之三問爲田幾何

荅曰三十五分步之十二

又有田廣九分步之七從十一分步之九問爲田幾何

荅曰十一分步之七

又有田廣五分步之四從九分步之五問爲田幾何

荅曰九分步之四

乘分 臣淳風等謹按乘分者分母相乘爲法子相乘爲實故曰乘分

術曰母相乘爲法子相乘爲實實如法而一 凡實不滿法者而有母子之名若有分以乘其實而長之則亦滿法乃爲全耳又以子有所乘故母當報除報除者實如法而一也今子相乘則母各當報除因令分母相乘而連除也此田有廣從難以廣諭設有問者曰馬二十匹直金十二斤今賣馬二十匹三十五人分之人得幾何荅曰三十五分斤之十二其爲之也當如經分術以十二斤金爲實三十五人爲法設更言馬五匹直金三斤今賣四匹七人分之人得幾何荅曰人得三十五分斤之十二其爲之也當齊其金人之數皆合初問

入於經分矣然則分子相乘為實者猶齊其金也母相乘為法者猶齊其人也同其母為二十馬無事於同但欲求齊而已又馬五匹直金三斤完全之率分而言之則為一匹直金五分斤之三七人賣四馬一人賣七分馬之四分子與人交互相生所從言之異而計數則三術同歸也

今有田廣三步三分步之一從五步五分步之二問為田幾何

荅曰十八步

又有田廣七步四分步之三從十五步九分步之五問為田幾何

荅曰一百二十步九分步之五

又有田廣十八步七分步之五從二十三步十一分步之六問爲田幾何

荅曰一畝二百步十一分步之七

大廣田臣淳風等謹按大廣田知初術直有全步而無餘分次術空有餘分而無全步此術先見全步後有餘分可以廣兼三術故曰大廣

術曰分母各乘其全分子從之分母各乘其全分子從之者通全步内分子如此則母子皆爲實矣相乘爲實分母相乘爲法猶乗分也實如法而一今爲術廣從俱有分當各自通

其分命母入者還須出之故令分母相乘爲法而連除之

今有圭田廣十二步正從二十一步問爲田幾何

荅曰一百二十六步

又有圭田廣五步二分步之一從八步三分步之二問爲田幾何

荅曰二十三步六分步之五

術曰半廣以乘正從半廣知以盈補虛爲直田也亦可半正從以乘廣按平廣乘從以取中平之數故廣從相乘爲積步畝法除之即得也

今有邪田一頭廣三十步一頭廣四十二步正
從六十四步問爲田幾何

荅曰九畝一百四十四步

又有邪田正廣六十五步一畔從一百步一畔
從七十二步問爲田幾何

荅曰二十三畝七十步

術曰并兩邪而半之以乘正從若廣又可
半正從若廣以乘并畝法而一并而半之者以盈補虛也

今有箕田舌廣二十步踵廣五步正從五十步

問爲田幾何

荅曰一畝一百三十五步

又有箕田舌廣一百一十七步踵廣五十步正

從一百三十五步問爲田幾何

荅曰四十六畝二百三十二步半

術曰并踵舌而半之以乘正從畝法而一

中分箕田則爲兩邪田故其術相似又可并踵舌半正從以乘之

今有圓田周三十步徑十步臣淳風等謹按術意以周三徑一爲

率周三十步合徑十步今依密
率合徑九步十一分步之六

問爲田幾何

荅曰七十五步

此於徽術當爲田七
十一步一百五十七
分步之一百三　臣淳風等謹依密
率爲田七十一步二十二分步之一
十
三

又有圓田周一百八十一步徑六十步三分步之一

臣淳風等謹按周三徑一周一百八十一
步徑六十步三分步之一依密率徑五十
七步二十二
分步之十三

問爲田幾何

荅曰十一畝九十步十二分步之一

此於徽術當爲田十畝二百八步三
百一十四分步之一百一十三　臣

淳風等謹依密率爲田十畝二百五步八十八分步之八十七

術曰半周半徑相乘得積步按半周爲從半徑爲廣故廣從相乘爲積步也假令圓徑二尺圓中容六弧之一面與圓徑之半其數均等令徑率一而弧周率三也又按爲圖以六弧之一面乘一弧半徑二因而六之得十二弧之冪若又割之次以十二弧之一面乘一弧之半徑四因而六之則得二十四弧之冪割之彌細所失彌少割之又割以至於不可割則與圓周合體而無所失矣弧面之外猶有餘徑以面乘徑則冪出弧表若夫弧之細者與圓合體則表無餘徑表無餘徑則冪不外出矣以一面乘半徑弧而裁之每輒自倍故以半周乘半徑而爲圓冪此以周徑謂至然之數非周三徑一之率也周三者從其六弧之環耳以推圓

規多少之覺乃弓之與弦也然世傳此法
莫肯精覈學者踵古習其謬失不有明據
辯之斯難凡物類形象不圓則方方圓之
率誠著於近則雖遠可知也由此言之其
用博矣謹按圓驗更造密率恐空設法數
昧而難譬故置諸檢括謹詳其記注焉割
六弧以爲十二弧術曰置圓徑二尺半之
爲一尺即圓裏弧之面也令半徑一尺爲
弦半面五寸爲句爲之求股以句冪二十
五寸減弦冪餘七十五寸開方除之下至
秒忽又一退法求其微數微數無名知以
爲分子以下爲分母約作五分忽之二故
得股八寸六分六釐二絲五忽五分忽之
二以減半徑餘一寸三分三釐九毫七秒
四忽五分忽之三謂之小句小句知半面
五寸之句弧之半面而又謂之小股爲之
求弦其冪二千六百七十九億四千九百
一十九萬三千四百四十五忽全分并之

開方除之即十二弧之一面也割十二弧
以爲二十四弧術曰亦令半徑爲弦半面
爲句爲之求股置上小弦冪四而一得六
百六十九億八千七百二十九萬八千三
百六十一忽餘分棄之即句冪也以減弦
冪其餘開方除之得股九寸六分五氂九
毫二秒五忽五分忽之四以減半徑餘三
分四氂七秒四忽五分忽之一謂之小句
弧之半面又謂之小股爲之求小弦其冪
六百八十一億四千八百三十四萬九千
四百六十六忽餘分棄之開方除之即二
十四弧之一面也割二十四弧以爲四十
八弧術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之
求股置上小弦冪四而一得一百七十億
三千七百八萬七千三百六十六忽餘分
棄之即句冪也以減弦冪其餘開方除之
得股九寸九分一氂四毫四秒四忽五分
忽之四以減半徑餘八氂五毫五秒五忽

五分忽之一謂之小句弧之半面又謂之小股爲之求小弦其冪一百七十一億一千二十七萬八千八百一十三忽餘分棄之開方除之得小弦一寸三分八毫六忽餘分棄之即四十八弧之一面以半徑一尺乘之又以二十四乘之得冪三萬一千三百九十三億四千四百萬忽以百億除之得冪三百一十三寸六百二十五分寸之五百八十四即九十六弧之冪也割四十八弧以爲九十六弧術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之求股置次上弦冪四而一得四十二億七千七百五十六萬九千七百三忽餘分棄之則句冪也以減弦冪其餘開方除之得股九寸九分七氂八毫五秒八忽十分忽之九以減半徑餘二氂一毫四秒一忽十分忽之一謂之小句弧之半面又謂之小股爲之求小弦其冪四十二億八千二百一十五萬四千一十二

忽餘分棄之開方除之得小弦六分五釐四毫三秒八忽餘分棄之即九十六弦之一面以半徑一尺乘之又以四十八乘之得冪三萬一千四百一十億二千四百萬忽以百億除之得冪三百一十四寸六百二十五分寸之六十四即一百九十二弧之冪也以九十六弧之冪減之餘六百二十五分寸之一百五謂之差冪倍之爲分寸之二百一十即九十六弧之外弧田九十六所謂以弦乘矢之凡冪也加此冪於九十六弧之冪得三百一十四寸六百二十五分寸之一百六十九則出於圓之表矣故還就一百九十二弧之全冪三百一十四寸以爲圓冪之定率而棄其餘分以半徑一尺除圓冪倍所得六尺二寸八分即周數令徑自乘爲方冪四百寸與圓冪相折圓冪得一百五十七爲率方冪得二百爲率方冪二百其中容圓冪一百五十

七也圓率猶爲微少按弧田圖合方中容圓圓中容方内方方合外方之半然則圓羃一百五十七其中容方羃二百也又合徑二尺與周六尺二寸八分相約周得一百五十七徑得五十則其相與之率也周率猶爲微少也晉武庫中漢時王莽作銅斛其銘曰律嘉量斛内方尺而圓其外庣旁九氂五毫羃一百六十二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗以此術求之得羃一百六十一寸有奇其數相近矣此術微少而斛差羃六百二十五分寸之一百五以十二弧之羃以率消息當取此分寸之三十六以增於一百九十二弧之羃以爲圓羃三百一十四寸二十五分寸之四置徑自乘之方羃四百寸令與圓羃通相約圓羃三千九百二十七方羃得五千是爲率方羃五千中容圓羃三千九百二十七圓羃三千九百二十七中容方羃二千五

百也以半徑一尺除圓羃三百一十四寸二十五分寸之四倍所得六尺二寸八分二十五分寸之八即周數也全徑二尺與周數通相約徑得一千二百五十周得三千九百二十七即其相與之率若此者蓋盡其纖微矣舉而用之上法爲約耳當求一千五百三十六弧之一面得三千七十二弧之羃而裁其微分數亦宜然重其驗耳臣淳風等謹按舊術求圓皆以周三徑一爲率若用之求圓周之數則周少徑多用之求其六弧之田乃與此率合會耳何則假令六弧之田弧間各一尺爲面自然從角至角其徑一尺可知此則周六徑二與周三徑一已合恐此猶以難曉今更引物爲喻設令刻物作圭形者六枚枚別三面皆長一尺攢此六物悉使鋭頭向裏則成六弧之周角徑亦皆一尺更從弧角外畔圜繞爲規則六弧之徑盡達規矣當

面徑短不至外規若以徑言之則爲規六尺徑二尺面徑皆一尺面徑股不至外畔定無二尺可知故周三徑一之率於圓周乃是徑多周少徑一周三理非精密蓋術從簡要舉大綱略而言之劉徽將以爲疎遂乃改張其率但周徑相乘數難契合徽雖出斯二法終不能究其纖毫也祖冲之以其不精就中更推其數今者修撰攈摭諸家考其是非冲之爲密故顯之於徽術之下冀學者之所裁焉

又術曰周徑相乘四而一此周與上弧同耳周徑相乘各當以半而今周徑田全故兩母相乘爲四以報除之於徽術以五十乘周一百五十七而一即徑也以一百五十七乘徑五十而一即周也新術徑率猶當徽少則據周以求徑則失之長據徑以求周則失之短諸據見徑以求冪者皆失之於微少據周

以求冪者皆失之於微多　臣淳風等按依密率以七乘周二十二而一即徑以二十二乘徑七而一即周依術求之即得

又術曰徑自相乘三之四而一　按方圓徑自乘爲外方三之四而一者是爲圓居外方四分之三也若令六弧之一面乘半徑其冪即外方四分之一也因而三之即亦居外方四分之三也是謂圓裏十二弧之冪耳取以爲圓失之於微少於徽新術當徑自乘又以一百五十七乘之二百而一　臣淳風等謹按密率令徑自乘以十一乘之十四而一即圓冪也

又術曰周自相乘十二而一　六弧之周其於圓徑三與一也故六弧之周自相乘爲冪若圓徑自乘者九方九方凡爲十二弧者十有二故

曰十二而一即十二弧之冪也今此令周自乘非但若爲圓徑自乘者九方而已然則十二而一所得又非十二弧之類也若欲以爲圓冪失之於多矣以六弧之周十二而一可也於徼新術直令圓周自乘又以二十五乘之三百一十四而一得圓冪其率三百一十四者周自乘之冪也置周數六尺二寸八分令自乘得冪三十九萬四千三百八十四分又置圓冪三萬一千四百分皆以一千二百五十六約之得此率

臣淳風等謹按方面自乘即得其積圓周求其冪股率乃通但此術所求用三一爲率圓田正法半周及半徑以相乘令乃用全周自乘故須以十二爲母何者據全周而求半周則須以二爲法就全周求半徑復假六以除之是二六相乘除周自乘之數依密率以一七乘之八十八而一

今有宛田下周三十步徑十六步問爲田幾何

荅曰一百二十步

又有宛田下周九十九步徑五十一步問爲田幾何

荅曰五畝六十二步四分步之一

術曰以徑乘周四而一此術不驗故推方錐以見其形假令方錐下方六尺高四尺四尺爲股下方之半三尺爲句正面邪爲弦弦五尺也令句股相乘四因之得六十尺即方錐四面見者之冪若令其中容圓錐圓錐見冪與方錐見冪其率猶方冪之與圓冪也按方錐下六尺則方周二十四尺以五尺乘而半

之則亦方錐之見冪故求圓錐之數折徑以乘下周之半即圓錐之冪也今宛田上徑圓穹而與圓錐同術則冪失之於少矣然其術難用故略舉大較施之大廣田也求圓錐之冪猶求圓田之冪也今用兩全相乘故以爲法除之亦如圓田矣開立圓術說圓方諸率甚備可以驗此

今有弧田弦三十步矢十五步問爲田幾何

荅曰一畝九十七步半

又有弧田弦七十八步二分步之一矢十三步九分步之七問爲田幾何

荅曰二畝一百五十五步八十一分

步之五十六

術曰以弦乘矢矢又自乘并之二而一方中之圓圓裏十二弧之冪合外方之冪四分之三也方中合外方之半則朱青合外方四分之一也弧田半圓之冪也故依半圓之體而爲之術以弦乘矢而半之則爲黃冪矢自乘而半之爲二青冪青黃相連爲弧體弧體法當應規今弧而不至外畔失之於少矣圓田舊術以周三徑一爲率俱得十二弧之冪亦失之於少也與此相似指驗半圓之弧耳若不滿半圓者益復踈闊宜依句股鋸圓材之術以弧弦爲鋸道長以矢爲句深而求其徑既知圓徑則弧可割分也割之者半弧田之弦以爲股其矢爲句爲之求弦即小弧之弦也以半小弧之弦爲句半圓徑爲弦爲之求股以減

半徑其餘即小弦之矢也割之又割使至極細但舉弦矢相乘之數則必近密率矣然於筭數差繁必欲有所尋究也若但度田取其大數舊術為約耳

今有環田中周九十二步外周一百二十二步徑五步此欲令與周三徑一之率相應故言徑五步也據中外周以徽術言之當徑四步一百五十七分步之一百二十二也臣淳風等謹按依密率合徑四步二十二分步之十七問為田幾何

荅曰二畝五十五步於徽術當為田二畝三十一步一百五十七分步之二十三臣淳風等依密率為田二畝三十步二十二分步之十五

又有環田中周六十二步四分步之三外周一百一十三步二分步之一徑十二步三分步之二此田環而不通匝故徑十二步三分步之二若據上周求徑者此徑失之於多過周三徑一之率蓋爲疎矣於徽術當徑八步六百二十八分步之五十一　臣淳風等謹按依周三徑一考之合徑八步二十四分步之一十一依密率合徑八步一百七十六分步之一十三問爲田幾何

荅曰四畝一百五十六步四分步之一於徽術當爲田二畝二百三十二步五千二十四分步之七百八十七也依周三徑一爲田三畝二十五步六十四分步之二十五　臣淳風

等謹按密率爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七也

術曰并中外周而半之以徑乘之爲積步

此田截而中之周則爲長并而半之知亦以盈補虛也此可令中外周各自爲圓田以中圓減外圓餘則環實也按此術并中外周步數於上分母子於下母乘子者爲中外周俱有分故以互乘齊其子母相乘同其母子齊母同故通全步內分子半之知以盈補虛得中平之周周則爲從徑則爲廣故廣從相乘而得其積既合分母還須分母出之故令周徑分母相乘而連除之即得積步不盡以等數除之而命分以畝法除積步得畝數也

容率術曰置中外周步數分子各居其下母互乘子通全步內分子以中周減外周餘半之徑亦通分內子以乘周爲實分母相乘爲法除之爲積步餘積步之分以畝法除之即畝數也

九章筭經卷第一

九章筭經卷第二

魏　劉　徽　注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李　淳風等奉　勑注釋

粟米以御交質變易

粟米之法凡此諸率相與大通其特相求各如本率可約者約之别術然也

粟率五十　糲米三十

粺米二十七　糳米二十四

御米二十一　小䵂十三半

大䵂五十四　糲飯七十五

粺飯五十四　糳飯四十八

御飯四十二　菽荅麻麥各四十五

稻六十　豉六十三

飧九十　熟菽一百三半

糵一百七十五

今有　此都術也凡九數以為篇名可以廣施諸率所謂告往而知來舉一隅而三隅反者也誠能分詭數之紛雜通彼此之否塞因物成率審辨名分平其偏頗齊其參差則終無不歸於此術也

術曰以所有數乘所求率為實以所有率

爲法少者多之始一者數之母故爲率者必等之於一據粟率五糲率三是粟五而爲一糲米三而爲一也欲化粟爲米者糲當先本是一一者謂以五約之令五而爲一也訖乃以三乘之令一而爲三如是則率至於一以五爲三矣然先除後乘或有餘分故術反之又完言之知粟五升爲糲米三升分言之知粟一斗爲糲米五分斗之三以五爲母三爲子以粟求糲米者乘其母報除也然則所求之率常爲母也臣淳風等謹按宜云所求之率常爲子所有之率常爲母今乃云所求之率常爲母知脫錯也實如法而一

今有粟一斗欲爲糲米問得幾何

荅曰爲糲米六升

術曰以粟米求糲米三之五而一臣淳風等謹按都術以所求率乘所有數以所有率爲法此術以粟求米故粟爲所有數三是米率故三爲所求率五爲粟率故五爲所有率粟率五十米率三十退位求之故唯云三五也

今有粟二斗一升欲爲粺米問得幾何

荅曰爲粺米一斗一升五十分升之十七

術曰以粟米求粺米二十七之五十而一臣淳風等謹按粺米之率二十有七故直以二十七之五十而一也

今有粟四斗五升欲爲糳米問得幾何

荅曰爲糳米二斗一升五分升之三

術曰以粟米糳米十二之二十五而一臣淳風等謹按糳米之率二十有四以爲率太繁故因而半之故半所求之率以乘所有之數所求之率既減半所有之率亦減半是故十二乘之二十五而一也

今有粟七斗九升欲爲御米問得幾何

荅曰爲御米三斗三升五十分升之九

術曰以粟求御米二十一之五十而一

今有粟一斗欲爲小麱問得幾何

荅曰爲小麴二升一十八分升之七

術曰以粟求小麴二十七之百而一臣淳風等

謹按小麴之率十三有半半者二爲母以

二通之得二十七爲所求率又以母二通

其粟率得一百爲所有率凡本率

有分者須即乘除也他皆放此

今有粟九斗八升欲爲大麴問得幾何

荅曰爲大麴一十斗五升二十五分

升之二十一

術曰以粟求大麴二十七之二十五而一

臣淳風等謹按大麴之率五十有四其可

半故二十七之亦如粟求糳米半其二率

今有粟二斗三升欲爲糲飯問得幾何

荅曰爲糲飯三斗四升半

術曰以粟求糲飯三之二而一臣淳風等謹按糲飯之率七十有五粟求糲飯合以此數乘之今以筭數二十有五約其二率所求之率得三所有之率得二故以三乘二除

今有粟三斗六升欲爲粺飯問得幾何

荅曰爲粺飯三斗八升二十五分升之二十二

術曰以粟求粺飯二十七之二十五而一

臣淳風等謹按此術與大麴多同

今有粟八斗六升欲爲糱飯問得幾何

荅曰爲糱飯八斗二升二十五分升之一十四

術曰以粟求糱飯二十四之二十五而一

臣淳風等謹按糱飯率四十八此亦半二率而乘除

今有粟九斗八升欲爲御飯問得幾何

荅曰爲御飯八斗二升二十五分升之八

術曰以粟求御飯二十一之二十五而一

臣淳風等謹按此術半率亦與糳飯多同

今有粟三斗少半升欲爲菽問得幾何

荅曰爲菽二斗七升一十分升之三

今有粟四斗一升太半升欲爲荅問得幾何

荅曰爲荅三斗十七升半

今有粟五斗太半升欲爲麻問得幾何

荅曰爲麻四斗十五升五分升之三

今有粟一十斗八升五分升之二欲爲麥問得

幾何

荅曰爲麥九斗七升二十五分升之一十四

術曰以粟求菽荅麻麥皆九之十而一臣淳風等謹按四術率並四十五皆是爲粟所求俱合以此率乘其本粟術欲從省先以等數五約之所求之率得九所有之率得十故九乘十除義由於此

今有粟七斗五升七分升之四欲爲稻問得幾何

荅曰爲稻九斗三十五分升之二十

四

術曰以粟求稻六之五而一臣淳風等謹按稻率六十亦約二率而乘除

今有粟七斗八升欲爲豉問得幾何

荅曰爲豉九斗八升二十五分升之

七

術曰以粟求豉六十三之五十而一

今有粟五斗五升欲爲飱問得幾何

荅曰爲飱九斗九升

術曰以粟求糲九之五而一臣淳風等謹按糲率九十退位與求稻多同

今有粟四斗欲爲熟菽問得幾何

荅曰爲熟菽八斗二升五分升之四

術曰以粟求熟菽二百七之百而一臣淳風等謹按熟菽之率一百三半半者其母二故以母二通之所求之率既被二乘所有之率隨而俱長故以二百七之百而一

今有粟二斗欲爲糵問得幾何

荅曰爲糵七斗

術曰以粟求糵七之二而一臣淳風等謹按糵率一百七十有五合以此數乘其本粟術欲從省先以等數二十五約之所求之率得七所有之率得二故七乘二除

今有糲米十五斗五升五分升之二欲爲粟問得幾何

荅曰爲粟二十五斗九升

術曰以糲米求粟五之三而一臣淳風等謹按上術以粟求米故粟爲所有數三爲所求率五爲所有率今此以米求粟故米爲所有數五爲所求率三爲所有率準都術求之各合其數以下所有反求多同皆準此

今有粺米二斗欲爲粟問得幾何

荅曰爲粟三斗七升二十七分升之

一

術曰以粺米求粟五十之二十七而一

今有糳米三斗少半升欲爲粟問得幾何

荅曰爲粟六斗三升三十六分升之

七

術曰以糳米求粟二十五之十二而一

今有御米十四斗欲爲粟問得幾何

荅曰爲粟三十三斗三升少半升

術曰以御米求粟五十之二十一而一

今有稻一十二斗六升一十五分升之一十四

欲爲粟問得幾何

荅曰爲粟一十斗五升九分升之七

術曰以稻求粟五之六而一

今有糲米一十九斗二升七分升之一欲爲粺

米問得幾何

荅曰爲粺米一十七斗二升一十四

分升之一十三

術曰以糲米求粺米九之十而一臣淳風等謹按粺率二十七合以此數乘糲米術欲從者先以等數三約之所求之率得九所有之率得十故九乘而十除

今有糲米六斗四升五分升之三欲爲糲飯問得幾何

荅曰爲糲飯一十六斗一升半

術曰以糲米求糲飯五之二而一臣淳風等謹按糲飯之率七十有五宜以本糲飯乘此率數術欲從省先以等數十五約之所求之

率得五所有之率得二故五乘二除義由於此

今有糲飯七斗六升七分升之四欲爲飧飯問得幾何

荅曰爲飧九斗一升三十五分升之三十一

術曰以糲飯求飧六之五而一臣淳風等謹按飧率九十爲糲飯所求宜以飧乘此率術欲從省先以等數十五約之所求之率得六所有之率得五以此故六除五除也

今有菽一斗欲爲熟菽問得幾何

荅曰爲熟菽二斗三升

術曰以菽求熟菽二十三之十而一臣淳風等謹按熟菽之率一百三半因其有半各以母二通之宜以熟菽數乘此率術欲從省先以等數九約之所求之率得一十一半所有之率得五也

今有菽二斗欲爲豉問得幾何

荅曰爲豉二斗八升

術曰以菽求豉七之五而一臣淳風等謹按豉率六十三爲菽所求宜以豉乘此率術欲從省先以等數九約之所求之率得七而所有之率得五也

今有麥八斗六升七分升之三欲爲小䵂問得幾何

荅曰爲小䵂二斗五升一十四分升之一十三

術曰以麥求小䵂三之十而一 臣淳風等謹按小䵂之率十三半宜以母二通之以乘本麥之數術欲從省先以等數九約之所求之率得三所有之率得十也

今有麥一斗欲爲大䵂問得幾何

荅曰爲大䵂一斗二升

術曰以麥求大麴六之五而一臣淳風等謹按大麴之率五十有四合以大麴數乘此率術欲從省先以等數九約之所求之率得六術有之率得五也

今有出錢一百六十買瓴甓十八枚瓴甓甎也問枚幾何

荅曰一枚八錢九分錢之八

今有出錢一萬三千五百買竹二千三百五十箇問箇幾何

荅曰一箇五錢四十七分錢之三十

五

經率 臣淳風等謹按今有之義以所有率乘所求合以瓴甓一枚錢一百六十為實但以一乘不長故不復乘是以徑將所買之率與所出之錢為法實也此又按今有之義出錢為所有數一枚為所求率所買為所有率而今有之即得所求率一不長故不復乘是以徑將所買之率為法以所出之錢為實故實如法得一枚錢不盡者等數而命分

術曰以所買率為法所出錢數為實實如法得一錢

今有出錢五千七百八十五買漆一斛六斗七

升太半升欲斗率之問斗幾何

荅曰一斗三百四十五錢五百三分

錢之一十五

今有出錢七百二十買縑一匹二丈一尺欲丈

率之問丈幾何

荅曰一丈一百一十八錢六十一分

錢之二

今有出錢二千三百七十買布九匹二丈七尺

欲匹率之問匹幾何

荅曰一匹二百四十四錢一百二十九分錢之一百二十四

今有出錢一萬三千六百七十買絲一石二鈞一十七斤欲石率之問石幾何

荅曰一石八千三百二十六錢一百九十七分錢之百七十八

經率 此術猶經分之義錢爲所求率物爲所有數故以 臣淳風等謹按今有乘錢又以分母乘之爲實實如法而一有分者通之所買通分內子爲所有率故以爲法得錢數不盡而命分者因法爲母實餘爲子實見不滿故以命之

術曰以所求率乘錢數爲實以所買率爲

法實如法得一

今有出錢五百七十六買竹七十八箇欲其大

小率之問各幾何

荅曰

其四十八箇箇七錢

其三十箇箇八錢

今有出錢一千一百二十買絲一石二鈞十八

斤欲其貴賤斤率之問各幾何

荅曰
其二鈞八斤斤五錢
其一石一十斤斤六錢
今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞
二十八斤三兩五銖欲其貴賤石率之問各幾
何
荅曰
其一鈞九兩一十二銖石八千五十
一錢

其一石一鈞二十七斤九兩一十七銖石八千五十二錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤鈞率之問各幾何

荅曰

其七斤一十兩九銖鈞二千一十二錢

其一石二鈞二十斤八兩二十銖鈞

二千一十三錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤斤率之間各幾何

荅曰

其一石二鈞七斤十兩四銖斤六十七錢

其二十斤九兩一銖斤六十八錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞

二十八斤三兩五銖欲其貴賤兩率之問各幾何

荅曰

其一石一鈞一十七斤一十四兩一銖兩四錢

其一鈞一十斤五兩四銖兩五錢

其率 其率如欲令無分按出錢五百七十六買竹七十八箇以除錢得七實餘三十是爲三十箇復可增一錢然則實餘之數則是貴者之數故曰實貴也本以七十八箇爲法今以貴者減之則其餘悉是賤者之數故曰法賤也其求石鈞斤兩以

積銖各除法實各得其積數餘各爲銖知謂石鈞斤兩積銖除實以石鈞斤兩積銖除法餘各爲銖即合所問

術曰各置所買石鈞斤兩以爲法以所率乘錢數爲實實如法而一不滿法者反以實減法法賤實貴

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤銖率之問各錢何

荅曰

其一鈞二十斤六兩十一銖五銖一錢

其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖六銖一錢

今有出錢六百二十買羽二千一百翭（翭羽本也數羽稱其本猶數草木稱其根株）欲其貴賤率之問各幾何

荅曰

其一千一百四十翭三翭一錢

其九百六十翭四翭一錢

今有出錢九百八十買矢簳五千八百二十枚欲其貴賤率之問各幾何

荅曰

其三百枚五枚一錢

其五千五百二十枚六枚一錢

反其率臣淳風等謹按其率者錢多物少反其率知錢少物多多少相反故曰反其率也其率者以物數為法錢數為實反之知以錢數為法物數為實不滿法知實餘也當以餘物化為錢矢法為凡錢而今以化錢減之故以實減法法少知經分之所得故日法少實多者餘分之所益故曰實多乘實宜以多乘法宜以少故曰

各以其所得多少之數乘法實即物數其求石鈞斤兩以積銖各除法實各得其數餘各爲銖者謂之石鈞斤兩積銖除實石鈞斤兩積銖除法餘各爲銖即合所問

術曰以錢數爲法所率爲實實如法而一不滿法者反以實減法法少實多二物各以所得多少之數乘法實即物數

其率按出錢六百二十買羽二千一百翭反之當二百四十錢一錢四翭其三百八十錢一錢三翭是錢有二價物有貴賤故以羽乘錢反二率也 臣淳風等謹按其率者以物數爲法錢爲實反之者以錢數爲法物爲實不滿法者實餘也當以餘物化爲錢矣法爲凡錢而今以化錢減之故曰反以實減法也法少者知經分之所得故曰法少實多

者知餘分之所益故曰實多宜以多乘法少乘實故曰各以所得多少數乘法實即物數也

九章筭經卷第二

九章筭經卷第三

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勑注釋

衰分以御貴賤稟稅

衰分衰分差也

術曰各置列衰列衰相與率也重疊則可約副并爲法以所分乘未并者各自爲實法集而衰別數本一也今以所分乘上別以下集除之一乘一除適足相消故所分猶存且各應率而別也於今有術列衰各爲所求率副并爲所有率所分爲所有數又以經分言之假令甲家

三人乙家二人丙家一人并六人共分十二為人得二也欲復作逐家者則當列置人數以一人所得乗之今此術先乗而後除也

實如法而一不滿法者以法命之

今有大夫不更簪裊上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次分之問各得幾何

荅曰

大夫得一鹿三分鹿之二

不更得一鹿三分鹿之一

簪裊得一鹿

上造得三分鹿之二

公士得三分鹿之一

術曰列置爵數各自爲衰（爵數者謂大夫五不更四簪褭三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名也今有術列衰各爲所求率副并爲所有率今有鹿數爲所有數而今有之即得）副并爲法以五鹿乘未并者各自爲實實如法得一鹿

今有牛馬羊食人苗苗主責之粟五斗羊主曰我羊食半馬馬主曰我馬食半牛今欲衰償之

問各出幾何

荅曰

牛主出二斗八升七分升之四

馬主出一斗四升七分升之二

羊主出七升七分升之一

術曰置牛四馬二羊一各自爲列衰副并爲法以五斗乘未并者各自爲實實如法得一斗臣淳風等謹按此術問意羊食半馬馬食半牛是謂四羊當一牛二羊當一馬今術置羊一馬二牛四者通其率以爲列衰

今有甲持錢五百六十乙持錢三百五十丙持錢一百八十凡三人俱出關關稅百錢欲以錢數多少衰出之問各幾何

荅曰

甲出五十一錢一百九分錢之四十一

乙出三十二錢一百九分錢之一十二

丙出一十六錢一百九分錢之五十

六

術曰各置錢數爲列衰副并爲法以百錢乘未并者各自爲實實如法得一錢臣淳風等謹按此術甲乙丙持錢數以爲列衰副并爲所有率未并者各爲所求率百錢爲所有數而今有之即得

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾何

荅曰

初日織一寸三十一分寸之十九

次日織三寸三十一分寸之七
次日織六寸三十一分寸之十四
次日織一尺二寸三十一分寸之二十八
次日織二尺五寸三十一分寸之二十五
術曰置一二四八十六爲列衰副并爲法以五尺乗未并者各自爲實實如法得一尺

今有北鄉筭八千七百五十八西鄉筭七千二百三十六南鄉筭八千三百五十六凡三鄉發傜三百七十八人欲以筭數多少衰出之問各幾何

荅曰

北鄉遣一百三十五人一萬二千一百七十五分人之一萬一千六百三十七

西鄉遣一百一十二人一萬二千一

百七十五分人之四千四

南鄉遣一百二十九人一萬二千一百七十五分人之八千七百九

術曰各置筭數爲列衰臣淳風等謹按三鄉筭數約可半者爲列衰副并爲法以所發傜人數乘未并者各自爲實實如法得一人按此術今有之義也

今有稟粟大夫不更簪褭上造公士凡五人一十五斗今有大夫一人後來亦當稟五斗倉無粟欲以衰出之問各幾何

荅曰

大夫出一斗四分斗之一

不更出一斗

簪褭出四分斗之三

上造出四分斗之二

公士出四分斗之一

術曰各置所禀粟斛斗數爵次均之以為

列衰副并而加後來大夫亦五斗得二十

以為法以五斗乘未并者各自為實實如

法得一斗稟前五人十五斗者大夫得五斗不更得四斗簪褭得三斗上造得二斗公士得一斗欲令五人各依所得粟多少減與後來大夫即與前來大夫同據前來大夫已得五斗故言亦也各以所得斗數爲衰并得十五而加後來大夫亦五斗凡二十爲法也是爲六人共出五斗後來大夫亦俱損折令有術副并爲所有率未并者各爲所求率五斗爲所有數而今有之即得

今有稟粟五斛五人分之欲令三人得三二人得二問各幾何

荅曰

三人人得一斛一斗五升十三分升

之五

二人人得七斗六升十三分升之十

二

術曰置三人人三二人人二爲列衰副并爲法以五斛乘未并者各自爲實實如法得一斛

返衰以爵次言之大夫五不更四欲令高爵得多者當使大夫一人受五分不更一人受四分人數爲母分數爲子母同則子齊齊即衰也故上衰分宜以五四爲列焉今此令高爵出少則當使大夫五人共出一人分不更四人共出一人分故謂

之返衰人數不同則分數不齊當令母互乘子母互乘子則動者爲不動者衰也亦可先同其母各以分母約其子爲返衰副并爲法以所分乘未并者各自爲實實如法而一

術曰列置衰而令相乘動者爲不動者衰

今有大夫不更簪裊上造公士凡五人共出百錢欲令高爵出少以次漸多問各幾何

荅曰

大夫出八錢一百三十七分錢之一百四

不更出一十錢一百三十七分錢之一百三十

簪褭出一十四錢一百三十七分錢之八十二

上造出二十一錢一百三十七分錢之一百二十三

公士出四十三錢一百三十七分錢之一百九

術曰置爵數各自爲衰而返衰之副并爲

法以百錢乘末并者各自爲實實如法得
一錢
今有甲持粟三升乙持糲米三升丙持糲飯三
升欲令合而分之問各幾何
荅曰
甲二升一十分升之七
乙四升一十分升之五
丙一升一十分升之八
術曰以粟率五十糲米率三十糲飯率七

十五爲裹而返裹之副并爲法以九升乘未并者各自爲實實如法得一升按此術三人所持升數雖等論其本率精麄不同米率雖少令最得多飯率雖多返使得少故令返之使精得多而麄得少於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率九升爲所有數而今有之即得

今有絲一斤價直二百四十今有錢一千三百二十八問得絲幾何

荅曰五斤八兩一十二銖五分銖之

術曰以一斤價數爲法以一斤乘今有錢數爲實實如法得絲數按此術今有之義以一斤價爲所有率一斤爲所求率今有錢爲所有數而今有之即得

今有絲一斤價直三百四十五今有絲七兩一十二銖問得錢幾何

荅曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

術曰以一斤銖數爲法以一斤價數乘七兩一十二銖爲實實如法得錢數按此術亦今有

之義以絲一斤數爲所有率價錢爲所求率今有絲爲所有數而今有之即得

今有縑一丈價直一百二十八今有縑一匹九尺五寸問得錢幾何

荅曰六百三十三錢五分錢之三

術曰以一丈寸數爲法以價錢數乘今有縑寸數爲實實如法得錢數臣淳風等謹按此術亦今有之義以縑一丈寸數爲所有率價錢爲所求率今有縑寸數爲所有數而今有之即得

今有布一匹價直一百二十五今有布二丈七

尺問得錢幾何

荅曰八十四錢八分錢之三

術曰以一匹尺數爲法今有布尺數乘價錢爲實實如法得錢數按此術亦今有之義以一匹尺數爲所有率價錢爲所求率今有布爲所有數今有之即得

今有素一匹一丈價直六百二十五今有錢五百問得素幾何

荅曰得素一匹

術曰以價直爲法以一匹一丈尺數乘今

有錢數爲實實如法得素數按此術亦今有之義以價錢爲所有率五丈尺數爲所求率今有錢爲所有數今有之即得

今有與人絲一十四斤約得縑一十斤今與人縑四十五斤八兩問得縑幾何

荅曰三十二斤八兩

術曰以一十四斤兩數爲法以一十斤乘今有絲兩數爲實實如法得縑數此術亦今有之義以一十四斤兩數爲所有率一十斤爲所求率今有絲爲所有數今有之即得

今有絲一斤耗七兩今有絲二十三斤五兩問

耗幾何

荅曰一百六十三兩四銖半

術曰以一斤展十六兩爲法以七兩乘今有絲兩數爲實實如法得耗數按此術亦今有之義以一斤爲十六兩爲所有率七兩爲所求率今有絲爲所有數而今有之即得

今有生絲三十斤乾之耗三斤十二兩今有乾絲一十二斤問生絲幾何

荅曰一十三斤一十一兩十銖七分銖之二

術曰置生絲兩數除耗數餘以爲法餘四百二十兩即乾絲率三十斤乘乾絲兩數爲實實如法得生絲數凡所得率知細則俱細麤則俱麤兩數相抱而已故品物不同如上鍊絲之比相與乘爲三十斤凡四百八十兩令生絲率四百八十兩令乾絲率四百二十兩則其數相通可俱爲銖可俱爲兩可俱爲斤無所歸滯也若然宜以所有乾絲斤數乘生絲兩數爲實今以斤兩錯互而亦同歸者使乾絲以兩數爲率生絲以類爲率譬之異類亦各有一定之勢

臣淳風等謹按此術置生絲兩數除耗數餘即乾絲之率於今有術爲所有率三十斤爲所求率乾絲兩數爲所有數凡所謂率者細則俱細麤則俱麤今有一斤乘兩知乾絲即以兩數爲率生絲即以斤數

爲率譬之異物各有一定之率也

今有田一畝收粟六升太半升今有田一頃二十六畝一百五十九步問收粟幾何

荅曰八斛四斗四升一十二分升之五

術曰以畝二百四十步爲法以六升太半升乘今有田積步爲實實如法得粟數此按

術亦今有之義以一畝步數爲所有率六升太半升爲所求率今有田積步爲所有數而今有之即得

今有取保一歲價錢二千五百今先取一千二百問當作日幾何

荅曰一百六十九日二十五分日之二十三

術曰以價錢爲法以一歲三百五十四日乘先取錢數爲實實如法得日數 按此術亦今有之義以價爲所有率一歲日數爲所求率取錢爲所有數而今有之即得

今有貸人千錢月息三十今有貸人七百五十錢九日歸之問息幾何

荅曰六錢四分錢之三

術曰以月三十日乘千錢爲法以三十日乘千錢爲法者得三萬是爲貸人錢三萬一日息三十也以息三十乘今所貸錢數又以九日乘之爲實實如法得一錢以九日乘今所貸錢爲今一日所有錢於今有術爲所有數息三十爲所求率三萬錢爲所有率此又可以一月三十日約息三十錢爲十分一日以乘今一日所有錢爲實千錢爲法爲率者當等之於一也故三十日或可乘本或可約息皆所以等之也

九章筭經卷第三